

# TASA 數學科國中、小段正式施測

## 題目部分釋出

### 壹、臺灣學生學習成就評量資料庫簡介

#### 一、背景與目的

為了加入世界各國教育改革之行列，政府近年來致力於推動教育改革，期以整體提升國民之素質及國家競爭力，為適應時代變遷與學生身心發展需要，各級學校教育課程應隨時改進。

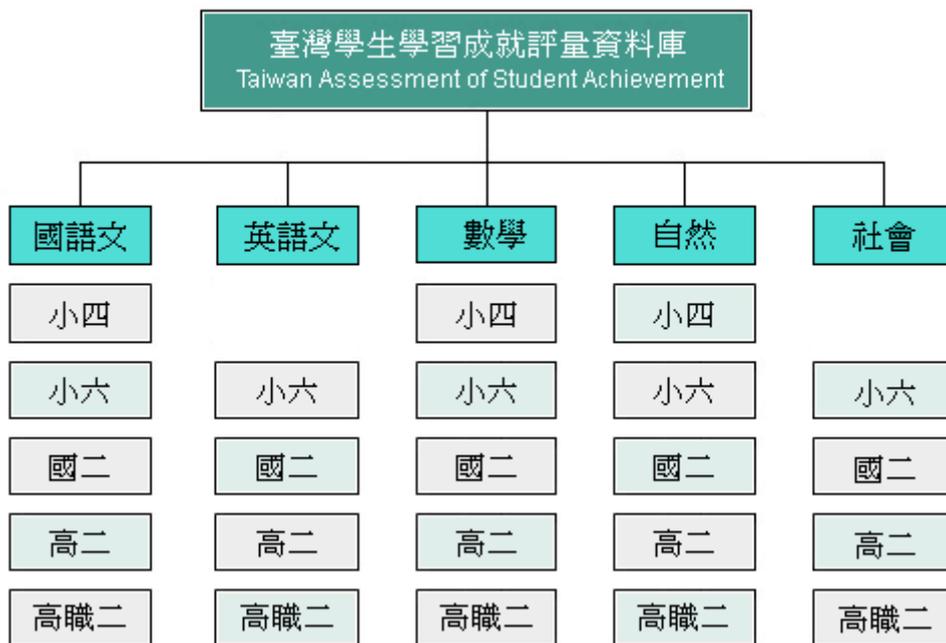
「九年一貫課程」是近年來教育部大力推動的政策，希望藉此教育政策之落實，改善傳統教育，將教育水準提升到另一個境界。然而，全國各級學校學生之學習成效如何？國內長期缺乏各級學校學生量化指標和標準化測量工具來檢視學生學習成就的表現及其差異，也無跨年段、跨學科之學生學習成就長期性的資料庫，可提供國內專家學者或學術單位進行基礎性研究，以致無法確實瞭解課程實施的成效，亦不利於課程發展之進行與相關教育政策之研擬。因此，2004年4月20日教育部國民中小學九年一貫課程推動工作小組第43次會議決議：「有關學生學習成就調查是本部研訂課程與教學政策之重要參據，有必要進行常態性之資料建立。請國立教育研究院籌備處約集研究發展中心與中研院共同規劃之。」教育部乃於2004年5月函請國立教育研究院籌備處（2007年8月26日更名為國家教育研究院籌備處）針對臺灣學生學習成就建立常態性之資料庫，作為教育部研訂課程與教學政策之重要參據。國家教育研究院籌備處乃邀集相關單位、人員提出「臺灣學生學習成就評量資料庫」建置計畫。

本研究結合國內大學院校、學術研究機構等學者專家之學術專長以及資深教師的經驗，建置臺灣地區國小四年級、國小六年級、國中二年級、高中二年級與高職二年級學生學習成就評量資料庫。其主要目的如下：

- （一）建立國民中小學、高中及高職學生學習成就長期資料庫，以分析學生在學習上變遷之趨勢，進而檢視目前課程與教學實施成效。
- （二）提供完整、標準化的學習成就資料，作為分析學生學習成就上差異表現變項資料，以評估學生未來在學術方面能力之發展與社會期許。
- （三）瞭解國內學校教學及學生學習成效之現況，作為課程與教學政策改進之參考。
- （四）以資料庫的量化資料，提供國內外相關研究人員，深入探討學生學習成就方面的相關政策議題。

## 二、 資料庫設計內容

資料庫設計內涵採分年建置的整體規劃方式進行。資料庫建置主要以學科屬性劃分，包含國語文、英語文、數學、自然與社會五個科目（不含小四英語文及社會），再依其教育階段分為國小四年級、國小六年級、國中二年級、高中（職）二年級。建置架構如下圖：



本研究依據國民中小學九年一貫課程綱要及高中（職）課程綱要內涵，並參考各版本教科書內容及國際試題，發展標準化成就測驗工具。每一學科依其學科領域考量不同測驗內容及題型，國語文科增加作文測驗，英語文科增加寫說測驗。除發展各學科領域測驗評量工具，亦編製學生共同問卷，以蒐集影響學生學習成就相關因素之資料。

## 貳、試題品質分析變項說明

- 一、 科別：包含國語文、英語文、數學、自然、社會五科。
- 二、 年級：包含小四、小六、國二、高二、高職二五個類別，代號分別為 4、6、8、11A、11B。
- 三、 題本、題號：試題在原施測時所屬的題本及題號。
- 四、 主題：試題所屬課程綱要中的內容主題。
- 五、 能力指標：試題所對應的能力指標。
- 六、 認知向度（層次）：各科別界定試題所屬的認知向度（層次）。
- 七、 試題反應理論（IRT）試題參數：
  - (1) 鑑別度 a：a 愈高表示鑑別度愈好，a 值通常介於 0.5~2 之間。
  - (2) 難度 b：b 值愈高表示試題難度愈難，答對人數愈少，b 值通常在 -3~3 之間。
  - (3) 猜測度 c：c 值愈高表示學生猜對的機率愈大，題目為 4 選 1 的選擇題，c 值的理論值是 0.25，如果是 3 選 1 的選擇題，c 值的理論值是 0.33。
- 八、 古典測驗理論（CTT）試題參數：
  - (1) 通過率(p)：
$$p = \frac{\text{答對人數}}{\text{施測人數}} \times 100\%$$
試題通過率愈高，表示愈多考生答對此試題，也就是試題愈容易。
  - (2) 鑑別度(D)：
$$D = p_H - p_L$$
  $p_H$ ：高分組通過率  $p_L$ ：低分組通過率  
試題鑑別度愈高，表示試題愈能有效區別能力不同的學生，也就是試題的品質愈佳。
- 九、 試題分析：試題分析提供教師或命題人員了解此題在測驗的內容及認知層次，並依據試題參數提供內容回饋的訊息。
- 十、 教學建議：依據試題內容的回饋，提供教師在有關此試題測驗的內容或主題關於教學上的建議。

# 參、試題品質分析

## 一、四年級正式施測題目試題品質分析

| 科別                    | 年級  |     |         |     |        |     |            |
|-----------------------|---|-----|---------|-----|--------|-----|------------|
| 數學                    | 國小四年級   |     |         |     |        |     |            |
| 試題內容                  | 請問下列哪一個選項是 $63+17\times 3$ 的答案？<br>①83<br>②114<br>③206<br>④240  |     |         |     |        |     |            |
| 評量指標                  | 4-n-04 能作整數四則混合計算（兩步驟）。   |     |         |     |        |     |            |
| 認知歷程向度                | 程序執行  |     |         |     |        |     |            |
| IRT 試題參數              | a=0.82  |     | b= 2.09 |     | c=0.12 |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1   | 2*      | 3   | 4      | 其他  | 通過率： 23.68 |
|                       | 選項率   | .03 | .24     | .03 | .71    | .00 |            |
|                       | 高分組   | .00 | .53     | .00 | .47    | .00 | 鑑別度： 0.46  |
|                       | 低分組   | .05 | .07     | .04 | .83    | .00 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | 試題分析：<br>1. 本題旨在測驗分年細目「4-n-04 能作整數四則混合計算（兩步驟）」的概念，認知層次屬於「程序執行」。<br>2. 本題為基本的整數四則運算概念，但通過率卻偏低，表示學生在四則運算中，「先進行括號內的運算」和「先計算乘除，再進行加減的運算」的程序性知識不清。<br>3. 本題鑑別度佳，試題品質佳。<br><br>教學建議：<br>1. 教師進行整數四則的單元時，可先教導「先乘除後加減」的意義，再引入「先乘除後加減」的說法，宜強調四則混合計算的程序性法則，並加深學生的練習經驗。<br>2. 「先乘除後加減」是算式中省略括號的約定，建議教師應澄清「 $63+17\times 3$ 」和「 $63+(17\times 3)$ 」的運算次序相同，只是前者省略了括號。<br>3. 「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」都是簡約的說法，不是三個獨立的口訣，它們之間有先後運算的關係，多步驟問題運算次序的約定如下： |     |         |     |        |     |            |

- |  |  |
|--|--|
|  | <ul style="list-style-type: none"><li>(1) 括號的部分要先算（簡稱為「括號先算」）。</li><li>(2) 當沒有括號的時候，如果加、減、乘、除四種運算符號都存在時，我們要先計算乘和除的部分（簡稱為「先乘除後加減」）。</li><li>(3) 當我們要計算乘和除的部分，且沒有括號時，要由最左邊開始往右邊依序計算；當乘除都算完，只剩下加和減的部分，且沒有括號時，我們由最左邊開始往右邊依序計算（合併簡稱為由左往右算）。</li></ul> |
|--|--|

| 科別                    | 年級   |         |     |     |        |     |            |
|-----------------------|--|---------|-----|-----|--------|-----|------------|
| 數學                    | 國小四年級  |         |     |     |        |     |            |
| 試題內容                  | 一盒月餅有 8 個，請問 $2\frac{1}{4}$ 盒共有幾個月餅？<br>①6<br>②9<br>③17<br>④18   |         |     |     |        |     |            |
| 評量指標                  | 4-n-07 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與非帶分數的整數倍的計算。  |         |     |     |        |     |            |
| 認知歷程向度                | 概念理解   |         |     |     |        |     |            |
| IRT 試題參數              | a=1.73   | b= 1.36 |     |     | c=0.15 |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項  | 1       | 2   | 3   | 4*     | 其他  | 通過率： 31.19 |
|                       | 選項率  | .07     | .31 | .30 | .31    | .00 |            |
|                       | 高分組  | .00     | .14 | .15 | .71    | .00 | 鑑別度： 0.59  |
|                       | 低分組  | .15     | .34 | .38 | .12    | .01 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>本題旨在測驗分年細目「4-n-07 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與非帶分數的整數倍的計算」的概念，認知層次屬於「概念理解」。</li> <li>本題為典型的分數概念問題與計算，可檢驗出學生是否具備分數基本的概念。</li> <li>本題鑑別度佳，通過率偏低，選項具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>加強學生對於分數基本的定義，可透過圖示操作讓學生了解離散量的「部分—整體」關係。</li> <li>教師可以適時利用圖繪的方式，分析題意以讓學生透過具體的圖像理解帶分數的情境意義。</li> <li>教師可以透過下面的教學步驟，幫助學生理解 <math>\frac{1}{4}</math> 盒有 2 個月餅的意義，以離散量情境問題「一盒月餅有 8 個，請問 <math>\frac{1}{4}</math> 盒有幾個月餅？」為例。<br/>           ※將 8 個月餅平分成 4 份，其中的 1 份是 2 個月餅。<br/>           ※將 1 盒月餅平分成 4 份，其中的 1 份是 <math>\frac{1}{4}</math> 盒月餅。</li> </ol> |         |     |     |        |     |            |

※因為 1 盒月餅有 8 個，所以 2 個月餅和  $\frac{1}{4}$  盒月餅一樣多。

| 科別                    | 年級  |         |     |     |        |     |               |
|-----------------------|---|---------|-----|-----|--------|-----|---------------|
| 數學                    | 國小四年級   |         |     |     |        |     |               |
| 試題內容                  | <p>一塊長 17 公尺、寬 13 公尺的長方形果園，和一塊邊長 15 公尺的正方形稻田，請問哪一塊地的面積比較大？大多少？</p> <p>①長方形果園大，大 4 公尺</p> <p>②正方形稻田大，大 4 公尺</p> <p>③長方形果園大，大 4 平方公尺</p> <p>④正方形稻田大，大 4 平方公尺</p>  |         |     |     |        |     |               |
| 評量指標                  | 4-s-09 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。  |         |     |     |        |     |               |
| 認知歷程向度                | 程序執行  |         |     |     |        |     |               |
| IRT 試題參數              | a=0.82  | b= 1.20 |     |     | c=0.13 |     |               |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1       | 2   | 3   | 4*     | 其他  | 通過率：<br>37.49 |
|                       | 選項率   | .12     | .24 | .26 | .37    | .00 |               |
|                       | 高分組   | .02     | .14 | .08 | .76    | .00 | 鑑別度：<br>0.65  |
|                       | 低分組   | .23     | .26 | .40 | .11    | .00 |               |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本題旨在測驗分年細目「4-s-09 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式」的概念，認知層次屬於「程序執行」。</li> <li>2. 選擇選項③和選項④的學生，了解平方公尺為面積的單位。</li> <li>3. 選擇選項①和選項②的學生可能遺忘或未了解平方公尺為面積單位，混淆面積及長度單位的意義。</li> <li>4. 正方形和長方形的面積與周長公式混淆，可能導致通過率不高。</li> <li>5. 本題鑑別度佳，試題品質佳，選項具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 增加學生對面積單位的認識（平方的意義）。</li> <li>2. 國小階段量與實測教材的教學重點，應為選擇一個單位量，透過單位量累積的次數，將某個量數字化。如下： <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) 有一個被測量的量（例如：甲繩），當選定「1 公分」當做測量長度的單位量，就可以利用單位量的累積次數，來描述甲繩的長度；例如：將 50 個「1 公分」接起來，剛好和甲繩一樣長，即稱甲繩的長度是 50 公分。</li> <li>(2) 當選定「1 平方公分」當做測量面積的單位量，就可以利用單位量的累積次數，來描述色紙的面積，例如：將 30 個「1 平方公分」合起來，剛好和色紙一樣大，就可以稱色紙的面積是 30 平方公分。</li> </ol> </li> <li>3. 建議教師教學時應先建立單位量及將單位量數字化的意義，協助學生掌握長方</li> </ol> |         |     |     |        |     |               |

|                       |  |     |         |     |        |     |               |
|-----------------------|--|-----|---------|-----|--------|-----|---------------|
|                       | 形面積公式和長方形周長公式的意義。並教學上可適時複習和練習長方形與正方形的周長與面積公式。  |     |         |     |        |     |               |
| 科別                    | 年級   |     |         |     |        |     |               |
| 數學                    | 國小四年級  |     |         |     |        |     |               |
| 試題內容                  | <p>請問時鐘的分針走了 25 分鐘後，分針共轉了幾度？</p> <p>①120<br/>②150<br/>③175<br/>④180</p>  |     |         |     |        |     |               |
| 評量指標                  | 4-s-05 能理解旋轉角的意義。  |     |         |     |        |     |               |
| 認知歷程向度                | 解題思考   |     |         |     |        |     |               |
| IRT 試題參數              | a=0.83   |     | b= 1.46 |     | c=0.26 |     |               |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項  | 1   | 2*      | 3   | 4      | 其他  | 通過率：<br>43.57 |
|                       | 選項率  | .27 | .44     | .20 | .09    | .00 |               |
|                       | 高分組  | .10 | .77     | .11 | .02    | .00 | 鑑別度：<br>0.56  |
|                       | 低分組  | .38 | .20     | .22 | .19    | .01 |               |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本題旨在測驗分年細目「4-s-05 能理解旋轉角的意義」的概念，認知層次屬於「解題與思考」。</li> <li>2. 本題鑑別度良，難度偏難，試題品質優，選項具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 教學上可加強旋轉角的「始邊」和「終邊」，以及其伴隨的旋轉量（小格數和角度關係）。</li> <li>2. 教師在進行時間單元的教學時，可搭配教具時鐘，讓學生透過觀察和操作練習，了解 1 時=60 分和鐘面有 12 大格。每 1 大格有 5 小格，每 1 小格代表 1 分鐘，則鐘面共有 <math>12 \times 5 = 60</math> 小格。</li> <li>3. 教師應強調旋轉一周是轉了 360 度，並教導學生周角 360 度和時鐘鐘面大格及小格間的分割關係。<br/>         ※鐘面有 12 大格，<math>360 \div 12 = 30</math>，所以分針轉 1 大格時旋轉了 30 度。<br/>         ※鐘面有 60 小格，<math>360 \div 60 = 6</math>，所以分針轉 1 小格時旋轉了 6 度。</li> <li>4. 四年級學生可能無法掌握圓心角是 360 度的意義，教師可以利用鐘面圖，讓學生用量角器來實測 1 大格及 1 小格的度數，得到 1 大格是 30 度，1 小格是 6 度的結果。</li> </ol> |     |         |     |        |     |               |

| 科別                    | 年級   |     |         |     |        |     |            |
|-----------------------|--|-----|---------|-----|--------|-----|------------|
| 數學                    | 國小四年級  |     |         |     |        |     |            |
| 試題內容                  | <p>一個三角形中，有兩個邊互相垂直，我們稱這個三角形是什麼三角形？</p> <p>①銳角三角形<br/>②鈍角三角形<br/>③正三角形<br/>④直角三角形</p>   |     |         |     |        |     |            |
| 評量指標                  | 4-s-07 能由直角、垂直與平行的概念，認識簡單平面圖形。   |     |         |     |        |     |            |
| 認知歷程向度                | 概念理解   |     |         |     |        |     |            |
| IRT 試題參數              | a=0.77   |     | b= 0.07 |     | c=0.28 |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項  | 1   | 2       | 3   | 4*     | 其他  | 通過率： 68.30 |
|                       | 選項率  | .06 | .08     | .17 | .68    | .00 |            |
|                       | 高分組  | .01 | .01     | .03 | .95    | .00 | 鑑別度： 0.62  |
|                       | 低分組  | .13 | .20     | .34 | .33    | .01 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本題旨在測驗分年細目「4-s-07 能由直角、垂直與平行的概念，認識簡單平面圖形」的概念，認知層次屬於「概念理解」。</li> <li>2. 本題為小四學生應具備的基礎概念題，但是仍有三成多的學生尚未具備此概念。可能對於名稱三角形的定義和包含關係理解不清。</li> <li>3. 本題鑑別度佳，試題品質佳，選項具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 教師教導三角形的單元時，可利用圖形或 E 化教材演示，加強各種三角形的命名和定義。</li> <li>2. 建議教師多加強基本觀念的建立，如：「直角」、「兩邊互相垂直的角」，「角度是 90 度的角」為相同的數學概念，將基礎建立後才能循序漸進的增加數學能力。教學上可加強三角形名稱（文字表徵）和三角形圖形（圖形表徵）的連結和轉化。</li> <li>3. 建議教師可透過下列兩種定義引入直角、銳角及鈍角三角形的命名。因為四年級的學生尚未學到三角形的內角和是 180 度，因此不了解一個三角形最多只有一個直角或一個鈍角。</li> </ol> <p>※第一種定義方式：</p> <p>直角三角形：有一個角是直角的三角形。</p> <p>鈍角三角形：有一個角是鈍角的三角形。</p> |     |         |     |        |     |            |

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

※第二種定義方式：

直角三角形：最大角是直角的三角形。

鈍角三角形：最大角是鈍角的三角形。

銳角三角形：最大角是銳角的三角形。

| 科別                    | 年級   |     |         |     |        |     |               |
|-----------------------|--|-----|---------|-----|--------|-----|---------------|
| 數學                    | 國小四年級  |     |         |     |        |     |               |
| 試題內容                  | <p>一塊雞塊是 40 元，一包薯條是 25 元，<u>小明</u>買了相同份數的雞塊和薯條，付了 260 元。要算出<u>小明</u>各買了幾份，可用下列哪個算式表示？</p> <p>① <math>40 + 25 \times \square = 260</math></p> <p>② <math>(40 + 25) \times \square = 260</math></p> <p>③ <math>260 \div 25 + 40 = \square</math></p> <p>④ <math>260 \div 40 + 25 = \square</math></p>  |     |         |     |        |     |               |
| 評量指標                  | 4-a-02 能將具體情境中所列出的單步驟算式填充題類化至使用未知數符號的算式，並能解釋式子與原問題情境的關係。   |     |         |     |        |     |               |
| 認知歷程向度                | 程序執行   |     |         |     |        |     |               |
| IRT 試題參數              | a=0.72   |     | b= 0.48 |     | c=0.39 |     |               |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項  | 1   | 2*      | 3   | 4      | 其他  | 通過率：<br>66.97 |
|                       | 選項率  | .13 | .67     | .09 | .11    | .00 |               |
|                       | 高分組  | .04 | .96     | .00 | .00    | .00 | 鑑別度：<br>0.59  |
|                       | 低分組  | .19 | .37     | .22 | .22    | .00 |               |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>本題旨在測驗分年細目「4-a-02 能將具體情境中所列出的單步驟算式填充題類化至使用未知數符號的算式，並能解釋式子與原問題情境的關係」的概念，認知層次屬於「程序執行」。</li> <li>本題鑑別度佳，難度中等，試題品質佳，選項具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>教學上對於未知數在算式中的表示，可再強調並練習，可以先從沒有未知數符號的，再將已知的概念轉換成未知數，。</li> <li>加強學生對於文字問題的邏輯理解，應用題的文字理解是解題成功的關係，教學上宜先確定學生是否了解文字題意敘述，再練習以未知數符號表示成數學關係式。而未知數符號的算式填充題表示之經驗，可從各類型生活問題來加強。</li> <li>當學生能夠用兩個算式「<math>40 + 25 = 65</math>，<math>65 \times 4 = 260</math>」記錄解題活動後，教師應要求學童改用一个算式把做法記下來，幫助學生形成用併式「<math>(40 + 25) \times 4 = 260</math>」記錄解題活動的共識後，進而引入用併式填充題來記錄問題。</li> </ol> |     |         |     |        |     |               |

## 二、六年級試題品質分析報告

| 科別                    | 年級   |     |         |     |        |     |               |
|-----------------------|--|-----|---------|-----|--------|-----|---------------|
| 數學                    | 國小六年級  |     |         |     |        |     |               |
| 試題內容                  | <p>檸檬紅茶的製作比例是用 100 毫公升的檸檬原汁，再加入 5 分公升的紅茶攪拌混合而成。那麼檸檬原汁對紅茶的比值是多少？</p> <p>① <math>\frac{1}{20}</math></p> <p>② <math>\frac{1}{5}</math></p> <p>③ 5</p> <p>④ 20</p>  |     |         |     |        |     |               |
| 評量指標                  | 6-n-07 能認識比和比值，並解決生活中的問題。  |     |         |     |        |     |               |
| 認知歷程向度                | 概念理解   |     |         |     |        |     |               |
| IRT 試題參數              | a=1.09   |     | b= 1.64 |     | c=0.20 |     |               |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項  | 1   | 2*      | 3   | 4      | 其他  | 通過率：<br>38.17 |
|                       | 選項率  | .31 | .38     | .08 | .22    | .00 |               |
|                       | 高分組  | .07 | .84     | .02 | .07    | .00 | 鑑別度：<br>0.67  |
|                       | 低分組  | .45 | .17     | .14 | .24    | .00 |               |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本題旨在測驗分年細目「6-n-07 能認識比和比值，並解決生活中的問題」的概念，認知層次屬於「概念理解」，解題過程中也涉及毫公升和分公升的單位化聚。</li> <li>2. 學生對於「毫公升和分公升的單位換算」以及「比值」的概念不清楚，是通過率偏低的可能原因。從選項率得知，多數學生對於單位換算容易忽略，直接將題目有的數據作比值計算。以及因為甲比乙的比值不清楚，因此選項①和④具有高誘答力。</li> <li>3. 本題鑑別度佳，難度稍難，試題品質優，選項具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 教師可以利用日常生活例子讓學生熟悉何謂比和比值，以及比值的計算。</li> <li>2. 教師可複習學生對於比和比值所涉及的度量單位的記憶。</li> <li>3. 建議教師可強調，當比值沒有單位或單位相同時，比值的意義就是比較量和基本量的關係，例如：<math>2:3=\frac{2}{3}</math>，指的是當後項是 1(份)時，前項是<math>\frac{2}{3}</math>(份)。當</li> </ol> |     |         |     |        |     |               |

比值單位不同時，必須將它們換成同單位後，才能求比值，例如：2(公分)：3(公尺) = 2(公分)：300(公分) =  $\frac{2}{300} = \frac{1}{150}$ ，比值  $\frac{1}{150}$  指的是當 300 公分是 1(份)時，2 公分是  $\frac{1}{150}$  (份)。

4. 兩個量的單位不同時，記錄兩個量的比值時必須加上單位，例如：每小時跑 60 公里，速率要記成 60 公里/小時，3 個蘋果賣 30 元，售價要記成 10 元/個等。

| 科別                    | 年級  |         |     |     |        |     |            |
|-----------------------|---|---------|-----|-----|--------|-----|------------|
| 數學                    | 國小六年級   |         |     |     |        |     |            |
| 試題內容                  | $\frac{2}{5}$ 瓶汽水的容量是 $\frac{4}{9}$ 公升，請問一瓶汽水的容量是多少公升？<br>① $\frac{8}{45}$<br>② $\frac{38}{45}$<br>③ $\frac{10}{9}$<br>④ $\frac{9}{10}$   |         |     |     |        |     |            |
| 評量指標                  | 6-n-03 能理解除數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。  |         |     |     |        |     |            |
| 認知歷程向度                | 解題思考  |         |     |     |        |     |            |
| IRT 試題參數              | a=1.04  | b= 0.84 |     |     | c=0.12 |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1       | 2   | 3*  | 4      | 其他  | 通過率： 49.81 |
|                       | 選項率   | .22     | .06 | .50 | .21    | .00 |            |
|                       | 高分組   | .01     | .00 | .96 | .03    | .00 | 鑑別度： 0.84  |
|                       | 低分組   | .45     | .13 | .12 | .30    | .00 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>本題旨在測驗分年細目「6-n-03 能理解除數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題」的概念，認知層次屬於「解題與思考」。</li> <li>從選項率得知，除了正確選項以外，選項①的選項率最高，會選擇選項①的學生不懂題意，混淆分數乘法和除法的意義，利用分數乘法來解題，直接將題目上兩個分數做直接相乘 (<math>\frac{2}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{45}</math>)。其次是選項④，會選擇選項④的學生表示尚且能依題意列出 <math>\frac{2}{5} \times \square = \frac{4}{9}</math> 這個式子，但是沒有分數乘除互逆四則運算的概念，混淆分數除法中被除數及除數的意義，直接計算成 <math>\frac{2}{5} \times \frac{9}{4} = \frac{9}{10}</math>。</li> <li>本題鑑別度良，難度偏難，試題品質優，且選項具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>對於除數為分數的生活情境問題，可針對低成就學生以不同的表徵進行求解，加深概念性知識，理解後再進入算式計算。</li> <li>建議教師不要直接引入顛倒相乘的分數除法算則，宜說明如何引入顛倒相乘的過程，或說明為何可以利用顛倒相乘來解題的意義。</li> </ol> |         |     |     |        |     |            |

3. 分數表示的未知數求解計算，可加強程序性知識的執行。
4. 建議教師應說明等分除類型當量除問題，以及包含除類型當量除問題解題的意義。

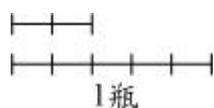
(1) 包含除類型當量除問題： $\frac{4}{9}$ 公升的汽水，每 $\frac{2}{5}$ 公升裝 1 瓶，全部裝完，相當於裝成多少瓶？

(2) 等分除類型當量除問題： $\frac{2}{5}$ 瓶汽水的容量是 $\frac{4}{9}$ 公升，請問一瓶汽水的容量是多少公升？

5. 建議教師多利用線段圖，幫助學生將分數除以分數的除法問題，重新解讀為分數除以整數及分數乘以整數的問題。

※ 以本題為例：

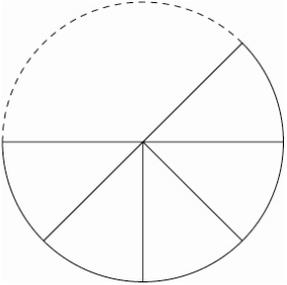
$$\frac{2}{5} \text{ 瓶} \Leftrightarrow \frac{4}{9} \text{ 公升}$$

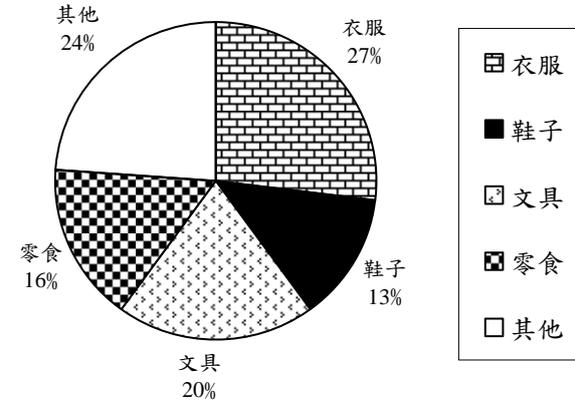


由上圖，可以看到 $\frac{2}{5}$ 瓶，也就是 $\frac{4}{9}$ 公升，只要將 $\frac{4}{9}$ 公升平分成 2 份再取出

其中的 5 份，就是 1 瓶的量。可以利用 $\frac{4}{9} \div 2 \times 5 = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}$ ，算出答案是 $\frac{10}{9}$ 公升。

| 科別                    | 年級   |         |     |     |        |     |            |
|-----------------------|--|---------|-----|-----|--------|-----|------------|
| 數學                    | 國小六年級  |         |     |     |        |     |            |
| 試題內容                  | <p>小明有一張長 20 公分、寬 10 公分的圖畫紙，他想剪每個半徑為 1 公分的圓形當作勞作材料，請問他最多可以剪出幾個相同的圓形？</p> <p>①10<br/>②20<br/>③50<br/>④100</p>   |         |     |     |        |     |            |
| 評量指標                  | 6-s-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。  |         |     |     |        |     |            |
| 認知歷程向度                | 解題思考   |         |     |     |        |     |            |
| IRT 試題參數              | a=1.31   | b= 1.02 |     |     | c=0.18 |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項  | 1       | 2   | 3*  | 4      | 其他  | 通過率： 47.82 |
|                       | 選項率  | .14     | .18 | .48 | .19    | .01 |            |
|                       | 高分組  | .03     | .02 | .92 | .03    | .01 | 鑑別度： 0.78  |
|                       | 低分組  | .21     | .33 | .14 | .31    | .01 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本題旨在測驗分年細目「6-s-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題」的概念，認知層次屬於「解題與思考」。</li> <li>2. 本題鑑別度良，難度稍難，試題品質優，選項具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 教師可讓學生透過圖示或實際操作，理解本題的概念，進而教師再教導學生列式和概念。</li> <li>2. 教學過程圓的半徑與直徑意義和關係可加深。</li> <li>3. 多提供學童解類似問題的經驗幫助學生透過實際操作，發現外切圓連心線與兩圓半徑和等長、以及圓心到切點的距離等於半徑的現象。</li> </ol> |         |     |     |        |     |            |

| 科別                    | 年級  |         |     |     |        |     |            |
|-----------------------|---|---------|-----|-----|--------|-----|------------|
| 數學                    | 國小六年級   |         |     |     |        |     |            |
| 試題內容                  | <p>一個直徑 32 公分的披薩，平分成 8 塊，<u>宏維</u>吃掉了 3 塊，剩下的面積大約是多少平方公分？（圓周率=3.14）</p>  <p>①100.48<br/>②301.44<br/>③502.4<br/>④2009.6</p>   |         |     |     |        |     |            |
| 評量指標                  | 6-s-04 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形面積。   |         |     |     |        |     |            |
| 認知歷程向度                | 程序執行  |         |     |     |        |     |            |
| IRT 試題參數              | a=1.00  | b= 0.85 |     |     | c=0.24 |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1       | 2   | 3*  | 4      | 其他  | 通過率： 56.46 |
|                       | 選項率   | .19     | .19 | .56 | .06    | .00 |            |
|                       | 高分組   | .03     | .02 | .95 | .01    | .00 | 鑑別度： 0.73  |
|                       | 低分組   | .32     | .32 | .22 | .13    | .01 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本題旨在測驗分年細目「6-s-04 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形面積」的概念，認知層次屬於「程序執行」。</li> <li>2. 選項①為圓的周長，故選擇選項①的學生混淆面積及周長的意義。</li> <li>3. 選項②為吃掉的圓面積，故選擇選項②的學生可能是誤解題意。</li> <li>4. 本題鑑別度佳，選項具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 建議教師應透過具體操作，幫助學生看到圓先割後再重組成長方形（平行四邊形）的現象，幫助學生理解圓面積公式的由來，不宜直接引入圓面積公式。</li> <li>2. 建議教師應澄清圓周率是「圓周長：直徑」比值的意義，幫助學生理解圓周長公式，不宜直接引入圓周率=3.14 及圓的周長公式。</li> <li>3. 教師可增加應用問題的文字理解和情境中的數學關係。</li> <li>4. 除了圓面積公式的熟練外，「扇形為圓形的一部分（或分數表示）」之概念可再加強。</li> </ol> |         |     |     |        |     |            |

| 科別                    | 年級  |         |     |        |     |     |      |       |
|-----------------------|---|---------|-----|--------|-----|-----|------|-------|
| 數學                    | 國小六年級   |         |     |        |     |     |      |       |
| 試題內容                  | <p>下圖是張大明每月支出的統計圖，買衣服花了 5400 元，請問買鞋子的支出是多少元？</p>  <p>每月支出的統計圖</p> <p>①1300<br/>②1600<br/>③2300<br/>④2600</p>  |         |     |        |     |     |      |       |
| 評量指標                  | 6-d-01 能整理生活中的資料，並製成圓形圖。  |         |     |        |     |     |      |       |
| 認知歷程向度                | 解題思考  |         |     |        |     |     |      |       |
| IRT 試題參數              | a=1.48  | b= 0.54 |     | c=0.19 |     |     |      |       |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1       | 2   | 3      | 4*  | 其他  | 通過率： | 61.06 |
|                       | 選項率   | .14     | .12 | .13    | .61 | .00 |      |       |
|                       | 高分組   | .01     | .00 | .01    | .98 | .00 | 鑑別度： | 0.82  |
|                       | 低分組   | .28     | .27 | .27    | .16 | .01 |      |       |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本題旨在測驗分年細目「6-d-01 能整理生活中的資料，並製成圓形圖」的概念，認知層次屬於「解題與思考」。</li> <li>2. 低分組的學生可能無法掌握題意及解題的意義，以至於通過率偏低。</li> <li>3. 本題鑑別度佳，試題品質佳，選項具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 教師在教導統計圖的相關教學時，可先透過和生活相關的議題讓學生了解何謂</li> </ol> |         |     |        |     |     |      |       |

圓形圖以及其功用。

2. 了解圓形圖的基本概念，以及圖中所顯示的各項資訊和代表的意義，包括百分比、總數和類別。
3. 透過教學上的討論和配合日常生活中常見的有序資料的圓形圖，加強學生認識各種圓形圖的特性，並增加學生解讀資料的所涉及的數字計算活動。
4. 建議教師提供學生自製圓形圖的經驗，幫助學童理解以百分率來描述部分量的意義。並教導學生掌握圓形百分圖中的總量是1，也就是100%的意義。進而以1%為單位，來解讀圓形圖部分量與總量，以及部分量與部分量間的倍數關係，幫助學生發現以1%為單位來計算比較簡單。

| 科別                    | 年級  |         |     |        |     |     |            |
|-----------------------|---|---------|-----|--------|-----|-----|------------|
| 數學                    | 國小六年級   |         |     |        |     |     |            |
| 試題內容                  | <p>如果甲數是乙數的3倍，請問下列式子哪一個是正確的？</p> <p>① <math>甲 + 乙 = 甲 \times 3</math></p> <p>② <math>甲 + 乙 = 甲 \times 4</math></p> <p>③ <math>甲 + 乙 = 乙 \times 3</math></p> <p>④ <math>甲 + 乙 = 乙 \times 4</math></p>  |         |     |        |     |     |            |
| 評量指標                  | 6-a-01 能理解等量公理。   |         |     |        |     |     |            |
| 認知歷程向度                | 概念理解  |         |     |        |     |     |            |
| IRT 試題參數              | a=1.35  | b= 1.21 |     | c=0.08 |     |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1       | 2   | 3      | 4*  | 其他  | 通過率： 39.20 |
|                       | 選項率   | .24     | .13 | .24    | .39 | .00 |            |
|                       | 高分組   | .02     | .06 | .04    | .88 | .00 | 鑑別度： 0.82  |
|                       | 低分組   | .46     | .12 | .36    | .06 | .00 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>本題旨在測驗分年細目「6-a-01 能理解等量公理。」的概念，認知層次屬於「概念理解」。</li> <li>對於「甲是乙的幾倍」，這敘述是大部分學生相當難以理解的數量關係。而且倍數和累加關係的關係連結不佳，可能通過率偏低的原因。</li> <li>本題鑑別度良，難度稍難，試題品質優，選項具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>建議教師應先溝通等量公理的意義，不宜只引入移項法則。</li> <li>「甲數是乙數的3倍」有三種解讀的方法： <ol style="list-style-type: none"> <li>是用算式「<math>甲 = 乙 \times 3</math>」來溝通兩數間的關係。</li> <li>是用比「<math>甲 : 乙 = 3 : 1</math>」來溝通兩數間的關係。</li> <li>是用比值「<math>甲 = 3k, 乙 = k, k</math> 是任意不為0的數字」來溝通兩數間的關係。</li> </ol>           建議教師在教學時同時引入三種解讀方法。         </li> <li>教學上可先從實際數值教導學生「甲是乙的幾倍的概念」和引入語意敘述，並加強語意敘述和數量關係的連結。再進行用文字情境描述問題練習。</li> <li>數量關係表示和等量公理的概念是代數相當重要基礎，教學上可再深化。</li> </ol> |         |     |        |     |     |            |

| 科別                    | 年級   |     |         |     |        |     |            |
|-----------------------|--|-----|---------|-----|--------|-----|------------|
| 數學                    | 國小六年級  |     |         |     |        |     |            |
| 試題內容                  | <p>檸檬紅茶的製作比例是用 100 毫公升的檸檬原汁，再加入 5 分公升的紅茶攪拌混合而成。那麼檸檬原汁對紅茶的比值是多少？</p> <p>① <math>\frac{1}{20}</math></p> <p>② <math>\frac{1}{5}</math></p> <p>③ 5</p> <p>④ 20</p>  |     |         |     |        |     |            |
| 評量指標                  | 6-n-07 能認識比和比值，並解決生活中的問題。  |     |         |     |        |     |            |
| 認知歷程向度                | 概念理解   |     |         |     |        |     |            |
| IRT 試題參數              | a=1.09   |     | b= 1.64 |     | c=0.20 |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選項   | 1   | 2*      | 3   | 4      | 其他  | 通過率： 38.17 |
|                       | 選項率  | .31 | .38     | .08 | .22    | .00 |            |
|                       | 高分組  | .07 | .84     | .02 | .07    | .00 | 鑑別度： 0.67  |
|                       | 低分組  | .45 | .17     | .14 | .24    | .00 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <p>4. 本題旨在測驗分年細目「6-n-07 能認識比和比值，並解決生活中的問題」的概念，認知層次屬於「概念理解」，解題過程中也涉及毫公升和分公升的單位化聚。</p> <p>5. 學生對於「毫公升和分公升的單位換算」以及「比值」的概念不清楚，是通過率偏低的可能原因。從選項率得知，多數學生對於單位換算容易忽略，直接將題目有的數據作比值計算。以及因為甲比乙的比值不清楚，因此選項①和④具有高誘答力。</p> <p>6. 本題鑑別度佳，難度稍難，試題品質優，選項具有誘答力。</p> <p>教學建議：</p> <p>5. 教師可以利用日常生活例子讓學生熟悉何謂比和比值，以及比值的計算。</p> <p>6. 教師可複習學生對於比和比值所涉及的度量單位的記憶。</p> <p>7. 建議教師可強調，當比值沒有單位或單位相同時，比值的意義就是比較量和基本量的關係，例如：<math>2:3=\frac{2}{3}</math>，指的是當後項是 1(份)時，前項是<math>\frac{2}{3}</math>(份)。當比值單位不同時，必須將它們換成同單位後，才能求比值，例如：2(公分):3(公尺)=2(公分):300(公分)=<math>\frac{2}{300}=\frac{1}{150}</math>，比值<math>\frac{1}{150}</math>指的是當 300 公</p> |     |         |     |        |     |            |

分是1(份)時，2公分是 $\frac{1}{150}$  (份)。

8. 兩個量的單位不同時，記錄兩個量的比值時必須加上單位，例如：每小時跑60公里，速率要記成60公里/小時，3個蘋果賣30元，售價要記成10元/個等。

| 科別                    | 年級   |     |         |     |        |     |            |
|-----------------------|--|-----|---------|-----|--------|-----|------------|
| 數學                    | 國小六年級  |     |         |     |        |     |            |
| 試題內容                  | $\frac{2}{5}$ 瓶汽水的容量是 $\frac{4}{9}$ 公升，請問一瓶汽水的容量是多少公升？<br>① $\frac{8}{45}$<br>② $\frac{38}{45}$<br>③ $\frac{10}{9}$<br>④ $\frac{9}{10}$  |     |         |     |        |     |            |
| 評量指標                  | 6-n-03 能理解除數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。   |     |         |     |        |     |            |
| 認知歷程向度                | 解題思考   |     |         |     |        |     |            |
| IRT 試題參數              | a=1.04   |     | b= 0.84 |     | c=0.12 |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項  | 1   | 2       | 3*  | 4      | 其他  | 通過率： 49.81 |
|                       | 選項率  | .22 | .06     | .50 | .21    | .00 |            |
|                       | 高分組  | .01 | .00     | .96 | .03    | .00 | 鑑別度： 0.84  |
|                       | 低分組  | .45 | .13     | .12 | .30    | .00 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <p>4. 本題旨在測驗分年細目「6-n-03 能理解除數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題」的概念，認知層次屬於「解題與思考」。</p> <p>5. 從選項率得知，除了正確選項以外，選項①的選項率最高，會選擇選項①的學生不懂題意，混淆分數乘法和除法的意義，利用分數乘法來解題，直接將題目上兩個分數做直接相乘（<math>\frac{2}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{45}</math>）。其次是選項④，會選擇選項④的學生表示尚且能依題意列出<math>\frac{2}{5} \times \square = \frac{4}{9}</math>這個式子，但是沒有分數乘除互逆四則運算的概念，混淆分數除法中被除數及除數的意義，直接計算成<math>\frac{2}{5} \times \frac{9}{4} = \frac{9}{10}</math>。</p> <p>6. 本題鑑別度良，難度偏難，試題品質優，且選項具有誘答力。</p> <p>教學建議：</p> <p>6. 對於除數為分數的生活情境問題，可針對低成就學生以不同的表徵進行求解，加深概念性知識，理解後再進入算式計算。</p> <p>7. 建議教師不要直接引入顛倒相乘的分數除法算則，宜說明如何引入顛倒相乘的過程，或說明為何可以利用顛倒相乘來解題的意義。</p> |     |         |     |        |     |            |

8. 分數表示的未知數求解計算，可加強程序性知識的執行。
9. 建議教師應說明等分除類型當量除問題，以及包含除類型當量除問題解題的意義。

(3) 包含除類型當量除問題： $\frac{4}{9}$ 公升的汽水，每 $\frac{2}{5}$ 公升裝 1 瓶，全部裝完，相當於裝成多少瓶？

(4) 等分除類型當量除問題： $\frac{2}{5}$ 瓶汽水的容量是 $\frac{4}{9}$ 公升，請問一瓶汽水的容量是多少公升？

10. 建議教師多利用線段圖，幫助學生將分數除以分數的除法問題，重新解讀為分數除以整數及分數乘以整數的問題。

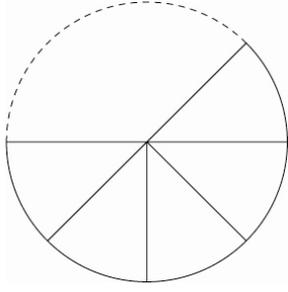
※ 以本題為例：

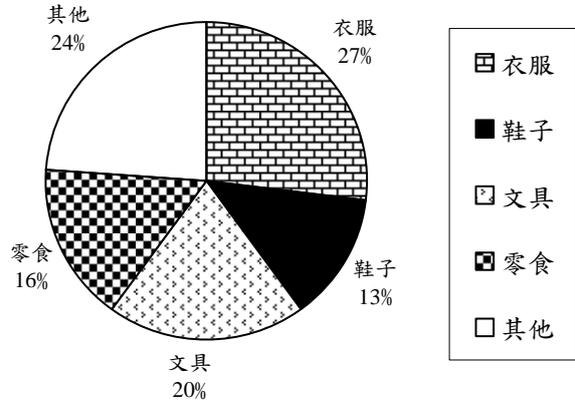
$$\frac{2}{5} \text{ 瓶} \Leftrightarrow \frac{4}{9} \text{ 公升}$$



由上圖，可以看到 $\frac{2}{5}$ 瓶，也就是 $\frac{4}{9}$ 公升，只要將 $\frac{4}{9}$ 公升平分成 2 份再取出其中的 5 份，就是 1 瓶的量。可以利用 $\frac{4}{9} \div 2 \times 5 = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}$ ，算出答案是 $\frac{10}{9}$ 公升。

| 科別                    | 年級   |         |     |     |        |     |      |       |
|-----------------------|--|---------|-----|-----|--------|-----|------|-------|
| 數學                    | 國小六年級  |         |     |     |        |     |      |       |
| 試題內容                  | <p>小明有一張長 20 公分、寬 10 公分的圖畫紙，他想剪每個半徑為 1 公分的圓形當作勞作材料，請問他最多可以剪出幾個相同的圓形？</p> <p>①10<br/>②20<br/>③50<br/>④100</p>   |         |     |     |        |     |      |       |
| 評量指標                  | 6-s-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。  |         |     |     |        |     |      |       |
| 認知歷程向度                | 解題思考   |         |     |     |        |     |      |       |
| IRT 試題參數              | a=1.31   | b= 1.02 |     |     | c=0.18 |     |      |       |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項  | 1       | 2   | 3*  | 4      | 其他  | 通過率： | 47.82 |
|                       | 選項率  | .14     | .18 | .48 | .19    | .01 |      |       |
|                       | 高分組  | .03     | .02 | .92 | .03    | .01 | 鑑別度： | 0.78  |
|                       | 低分組  | .21     | .33 | .14 | .31    | .01 |      |       |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本題旨在測驗分年細目「6-s-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題」的概念，認知層次屬於「解題與思考」。</li> <li>2. 本題鑑別度良，難度稍難，試題品質優，選項具有誘答力。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>4. 教師可讓學生透過圖示或實際操作，理解本題的概念，進而教師再教導學生列式和概念。</li> <li>5. 教學過程圓的半徑與直徑意義和關係可加深。</li> <li>6. 多提供學童解類似問題的經驗幫助學生透過實際操作，發現外切圓連心線與兩圓半徑和等長、以及圓心到切點的距離等於半徑的現象。</li> </ol> |         |     |     |        |     |      |       |

| 科別                    | 年級  |         |     |     |        |     |      |       |
|-----------------------|---|---------|-----|-----|--------|-----|------|-------|
| 數學                    | 國小六年級   |         |     |     |        |     |      |       |
| 試題內容                  | <p>一個直徑 32 公分的披薩，平分成 8 塊，<u>宏維</u>吃掉了 3 塊，剩下的面積大約是多少平方公分？（圓周率=3.14）</p>  <p>①100.48<br/>②301.44<br/>③502.4<br/>④2009.6</p>   |         |     |     |        |     |      |       |
| 評量指標                  | 6-s-04 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形面積。   |         |     |     |        |     |      |       |
| 認知歷程向度                | 程序執行  |         |     |     |        |     |      |       |
| IRT 試題參數              | a=1.00  | b= 0.85 |     |     | c=0.24 |     |      |       |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1       | 2   | 3*  | 4      | 其他  | 通過率： | 56.46 |
|                       | 選項率   | .19     | .19 | .56 | .06    | .00 |      |       |
|                       | 高分組   | .03     | .02 | .95 | .01    | .00 | 鑑別度： | 0.73  |
|                       | 低分組   | .32     | .32 | .22 | .13    | .01 |      |       |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <p>5. 本題旨在測驗分年細目「6-s-04 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形面積」的概念，認知層次屬於「程序執行」。</p> <p>6. 選項①為圓的周長，故選擇選項①的學生混淆面積及周長的意義。</p> <p>7. 選項②為吃掉的圓面積，故選擇選項②的學生可能是誤解題意。</p> <p>8. 本題鑑別度佳，選項具有誘答力。</p> <p>教學建議：</p> <p>5. 建議教師應透過具體操作，幫助學生看到圓先割後再重組成長方形（平行四邊形）的現象，幫助學生理解圓面積公式的由來，不宜直接引入圓面積公式。</p> <p>6. 建議教師應澄清圓周率是「圓周長：直徑」比值的意義，幫助學生理解圓周長公式，不宜直接引入圓周率=3.14 及圓的周長公式。</p> <p>7. 教師可增加應用問題的文字理解和情境中的數學關係。</p> <p>8. 除了圓面積公式的熟練外，「扇形為圓形的一部分（或分數表示）」之概念可再加強。</p> |         |     |     |        |     |      |       |

| 科別                    | 年級  |         |     |        |     |     |               |
|-----------------------|---|---------|-----|--------|-----|-----|---------------|
| 數學                    | 國小六年級   |         |     |        |     |     |               |
| 試題內容                  | <p>下圖是張大明每月支出的統計圖，買衣服花了 5400 元，請問買鞋子的支出是多少元？</p>  <p>每月支出的統計圖</p> <p>①1300<br/>②1600<br/>③2300<br/>④2600</p>                  |         |     |        |     |     |               |
| 評量指標                  | 6-d-01 能整理生活中的資料，並製成圓形圖。  |         |     |        |     |     |               |
| 認知歷程向度                | 解題思考  |         |     |        |     |     |               |
| IRT 試題參數              | a=1.48  | b= 0.54 |     | c=0.19 |     |     |               |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1       | 2   | 3      | 4*  | 其他  | 通過率：<br>61.06 |
|                       | 選項率   | .14     | .12 | .13    | .61 | .00 |               |
|                       | 高分組   | .01     | .00 | .01    | .98 | .00 | 鑑別度：<br>0.82  |
|                       | 低分組   | .28     | .27 | .27    | .16 | .01 |               |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <p>4. 本題旨在測驗分年細目「6-d-01 能整理生活中的資料，並製成圓形圖」的概念，認知層次屬於「解題與思考」。</p> <p>5. 低分組的學生可能無法掌握題意及解題的意義，以至於通過率偏低。</p> <p>6. 本題鑑別度佳，試題品質佳，選項具有誘答力。</p> <p>教學建議：</p> <p>5. 教師在教導統計圖的相關教學時，可先透過和生活相關的議題讓學生了解何謂</p> |         |     |        |     |     |               |

圓形圖以及其功用。

6. 了解圓形圖的基本概念，以及圖中所顯示的各項資訊和代表的意義，包括百分比、總數和類別。
7. 透過教學上的討論和配合日常生活中常見的有序資料的圓形圖，加強學生認識各種圓形圖的特性，並增加學生解讀資料的所涉及的數字計算活動。
8. 建議教師提供學生自製圓形圖的經驗，幫助學童理解以百分率來描述部分量的意義。並教導學生掌握圓形百分圖中的總量是1，也就是100%的意義。進而以1%為單位，來解讀圓形圖部分量與總量，以及部分量與部分量間的倍數關係，幫助學生發現以1%為單位來計算比較簡單。

| 科別                    | 年級  |         |     |        |     |     |            |
|-----------------------|---|---------|-----|--------|-----|-----|------------|
| 數學                    | 國小六年級   |         |     |        |     |     |            |
| 試題內容                  | <p>如果甲數是乙數的3倍，請問下列式子哪一個是正確的？</p> <p>① 甲 + 乙 = 甲 × 3</p> <p>② 甲 + 乙 = 甲 × 4</p> <p>③ 甲 + 乙 = 乙 × 3</p> <p>④ 甲 + 乙 = 乙 × 4</p>  |         |     |        |     |     |            |
| 評量指標                  | 6-a-01 能理解等量公理。   |         |     |        |     |     |            |
| 認知歷程向度                | 概念理解  |         |     |        |     |     |            |
| IRT 試題參數              | a=1.35  | b= 1.21 |     | c=0.08 |     |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1       | 2   | 3      | 4*  | 其他  | 通過率： 39.20 |
|                       | 選項率   | .24     | .13 | .24    | .39 | .00 |            |
|                       | 高分組   | .02     | .06 | .04    | .88 | .00 | 鑑別度： 0.82  |
|                       | 低分組   | .46     | .12 | .36    | .06 | .00 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <p>4. 本題旨在測驗分年細目「6-a-01 能理解等量公理。」的概念，認知層次屬於「概念理解」。</p> <p>5. 對於「甲是乙的幾倍」，這敘述是大部分學生相當難以理解的數量關係。而且倍數和累加關係的關係連結不佳，可能通過率偏低的原因。</p> <p>6. 本題鑑別度良，難度稍難，試題品質優，選項具有誘答力。</p> <p>教學建議：</p> <p>5. 建議教師應先溝通等量公理的意義，不宜只引入移項法則。</p> <p>6. 「甲數是乙數的3倍」有三種解讀的方法：</p> <p>(4) 是用算式「<math>甲 = 乙 \times 3</math>」來溝通兩數間的關係。</p> <p>(5) 是用比「<math>甲 : 乙 = 3 : 1</math>」來溝通兩數間的關係。</p> <p>(6) 是用比值「<math>甲 = 3k</math>，<math>乙 = k</math>，<math>k</math> 是任意不為 0 的數字」來溝通兩數間的關係。</p> <p>建議教師在教學時同時引入三種解讀方法。</p> <p>7. 教學上可先從實際數值教導學生「甲是乙的幾倍的概念」和引入語意敘述，並加強語意敘述和數量關係的連結。再進行用文字情境描述問題練習。</p> <p>8. 數量關係表示和等量公理的概念是代數相當重要基礎，教學上可再深化。</p> |         |     |        |     |     |            |

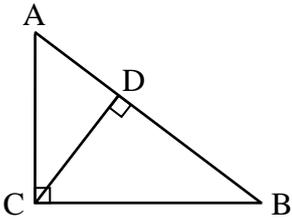
一、八年級正式施測試題品質分析

| 科別                    | 年級  |     |         |     |        |     |               |
|-----------------------|---|-----|---------|-----|--------|-----|---------------|
| 數學                    | 國中二年級   |     |         |     |        |     |               |
| 試題內容                  | 化簡 $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 = ?$<br>① 5<br>② 1<br>③ $5+2\sqrt{6}$<br>④ $5-2\sqrt{6}$  |     |         |     |        |     |               |
| 評量指標                  | 8-n-03 能理解根式的化簡及四則運算。   |     |         |     |        |     |               |
| 認知歷程向度                | 程序執行  |     |         |     |        |     |               |
| IRT 試題參數              | a=2.18  |     | b= 0.48 |     | c=0.21 |     |               |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1   | 2       | 3   | 4*     | 其他  | 通過率：<br>50.78 |
|                       | 選項率   | .10 | .29     | .10 | .51    | .00 |               |
|                       | 高分組   | .00 | .00     | .00 | 1.00   | .00 | 鑑別度：<br>0.88  |
|                       | 低分組   | .21 | .44     | .23 | .12    | .00 |               |
| 試題品質<br>分析與建議         | 試題分析：<br>1. 高分組的學生已能掌握乘法公式以及二次方根的四則運算規則。<br>2. 低分組的學生對於乘法公式掌握不實，或以根式取代未知數時，其乘法公式運算不熟悉；選①之學生為直接將公式記成 $a^2 + b^2$ ；選②之學生為直接將公式記成 $a^2 - b^2$ ；選③之學生則是將公式記成加 $2ab$ ，皆為公式錯誤所導致之結果。<br><br>教學建議：<br>1. 教學時宜增加乘法公式熟練程度，教導學生如何運用多項式的乘法得以推導乘法公式，並一定要讓學生實作，而非直接背誦，然後再進一步以不同數值（根式）取代未知數之程序練習經驗。 |     |         |     |        |     |               |

| 科別                    | 年級   |         |     |        |     |     |            |
|-----------------------|--|---------|-----|--------|-----|-----|------------|
| 數學                    | 國中二年級  |         |     |        |     |     |            |
| 試題內容                  | <p>若 <math>\sqrt{a} = 4</math>，<math>\sqrt{a-b} = 3</math>，則 <math>\sqrt{a+b} = ?</math></p> <p>① <math>\sqrt{5}</math></p> <p>② <math>\sqrt{17}</math></p> <p>③ <math>\sqrt{23}</math></p> <p>④ <math>\sqrt{29}</math></p>  |         |     |        |     |     |            |
| 評量指標                  | 8-n-01 能理解二次方根的意義及熟練二次方根的計算。   |         |     |        |     |     |            |
| 認知歷程向度                | 概念理解   |         |     |        |     |     |            |
| IRT 試題參數              | a=1.58   | b= 0.04 |     | c=0.18 |     |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項  | 1       | 2   | 3*     | 4   | 其他  | 通過率： 59.81 |
|                       | 選項率  | .23     | .11 | .60    | .06 | .00 |            |
|                       | 高分組  | .00     | .00 | 1.00   | .00 | .00 | 鑑別度： 0.89  |
|                       | 低分組  | .50     | .27 | .11    | .12 | .00 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 高分組的學生已能理解二次方根的意義，並就題目中計算出未知數之數值，完成正確解題。</li> <li>2. 低分組的學生可能無法理解二次方根的基本概念，或無法應用未知數求解之策略求得根號內之未知數，以至通過率偏低；選①之學生為直接忽略根號的存在；選②之學生算出 <math>a=16</math>，但直接用4減3算出 <math>b</math>值去求答案；選④之學生知道 <math>a=16</math>，但對於 <math>\sqrt{a-b} = 3</math>之根號仍視而不見解二元一次方程式的結果。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 教學上宜先加強二次方根的意義，以及基本的數字計算。</li> <li>2. 針對根號內有未知數之問題，建議先以簡易的數據引導低分組的學生理解二次方根的意義與計算，並與未知數求解的策略進行經驗連結。</li> </ol> |         |     |        |     |     |            |

| 科別                    | 年級   |     |         |     |        |     |            |
|-----------------------|--|-----|---------|-----|--------|-----|------------|
| 數學                    | 國中二年級  |     |         |     |        |     |            |
| 試題內容                  | 平行四邊形 ABCD，已知 $\angle A = \angle B + 3\angle D$ ，則 $\angle C = ?$<br>① $36^\circ$<br>② $120^\circ$<br>③ $135^\circ$<br>④ $144^\circ$   |     |         |     |        |     |            |
| 評量指標                  | 8-s-13 能理解平行四邊形及其性質。   |     |         |     |        |     |            |
| 認知歷程向度                | 解題思考   |     |         |     |        |     |            |
| IRT 試題參數              | a=2.34   |     | b= 1.16 |     | c=0.12 |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項  | 1   | 2       | 3   | 4*     | 其他  | 通過率： 25.77 |
|                       | 選項率  | .22 | .32     | .19 | .26    | .00 |            |
|                       | 高分組  | .08 | .17     | .09 | .67    | .00 | 鑑別度： 0.63  |
|                       | 低分組  | .32 | .44     | .21 | .03    | .00 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | 試題分析：<br>1. 本題需要平行四邊形的對角相等及鄰角和為 $180^\circ$ 之性質，並進行代數關係運算。選①之學生沒看清楚題目是問 $\angle C$ 的值，算出 $\angle B = 36^\circ$ 就直接選答；選②之學生利用對角相等且 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ 先求 $\angle B$ 時，卻算出 $\angle B = 60^\circ$ ；選③之學生則將加號視為等號。<br>2. 高分組的學生可能對於上述數學的概念或計算不穩固，因而通過率不甚高。<br>3. 低分組的學生則在此數學概念或計算方面不足，以至於通過率相當低。<br><br>教學建議：<br>1. 教導學生進行此類題目之解題時，可藉由畫出圖形以引導思考角與鄰角的關係，並利用代數運算進行求解。<br>修題建議：<br>1. 本試題通過率偏低，但題目內容敘述佳且鑑別度極優，故不予修改。 |     |         |     |        |     |            |

| 科別                    | 年級  |     |         |     |        |     |               |
|-----------------------|---|-----|---------|-----|--------|-----|---------------|
| 數學                    | 國中二年級   |     |         |     |        |     |               |
| 試題內容                  | <p>假設多項式 <math>A = 3x^2 - 5x + 2</math>，且 <math>A = a(x+1)^2 + b(x+1) + c</math>，試求 <math>2a + b + c</math> 的值為何？</p> <p>① 2<br/>② 3<br/>③ 4<br/>④ 5</p>  |     |         |     |        |     |               |
| 評量指標                  | 8-a-04 能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。  |     |         |     |        |     |               |
| 認知歷程向度                | 解題思考  |     |         |     |        |     |               |
| IRT 試題參數              | a=1.56  |     | b= 0.93 |     | c=0.26 |     |               |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1   | 2       | 3   | 4*     | 其他  | 通過率：<br>42.60 |
|                       | 選項率   | .16 | .20     | .21 | .43    | .00 |               |
|                       | 高分組   | .04 | .05     | .04 | .87    | .00 | 鑑別度：<br>0.76  |
|                       | 低分組   | .25 | .25     | .38 | .11    | .01 |               |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>選①之學生看錯題目，以為求 <math>a+b+c</math>，就把常數項 2 當作乘開後的答案；選②之學生為直接將多項式 A 的三個係數代入；選③之學生知道 <math>a=3</math>，但展開多項式比對係數時（展開錯誤→<math>A = 3x^2 + 3x + 1 + bx + 1 + c</math>），算成 <math>b = -2</math>，<math>c = 0</math>。</li> <li>高分組的學生大致上能應用分配律或直式的算法來進行多項式運算，並理解多項式係數的對應關係。</li> <li>低分組的學生在多項式的分配律或直式算法之計算與應用能力不足，以至於通過率偏低。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>加強學生多項式的乘法與同類項係數合併的概念與能力。</li> <li>提升學生在兩多項式相等情況下，進行係數比對的理解與計算。</li> </ol> |     |         |     |        |     |               |

| 科別                    | 年級  |         |     |        |     |     |            |
|-----------------------|---|---------|-----|--------|-----|-----|------------|
| 數學                    | 國中二年級   |         |     |        |     |     |            |
| 試題內容                  | 下圖中 $\angle ACB = \angle CDB = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ，則 $\overline{AD} = ?$   |         |     |        |     |     |            |
|                       |    |         |     |        |     |     |            |
| 評量指標                  | 8-a-05 能理解畢氏定理 (Pythagorean Theorem) 及其應用。<br>8-s-08 能理解畢氏定理 (Pythagorean Theorem) 及其應用。  |         |     |        |     |     |            |
| 認知歷程向度                | 解題思考  |         |     |        |     |     |            |
| IRT 試題參數              | a=2.12  | b= 0.65 |     | c=0.19 |     |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1       | 2   | 3*     | 4   | 其他  | 通過率： 43.41 |
|                       | 選項率   | .16     | .24 | .43    | .16 | .00 |            |
|                       | 高分組   | .02     | .04 | .90    | .04 | .00 | 鑑別度： 0.83  |
|                       | 低分組   | .34     | .37 | .07    | .22 | .00 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | 試題分析： <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 高分組的學生對於勾股定理的多次聯合運用以及利用面積計算求得斜邊上的高大都已能掌握。</li> <li>2. 低分組的學生可能由於勾股定理的定義、多次運用勾股定理或面積計算不甚瞭解，以至於通過率偏低。選①之學生為看到直角三角形有兩邊為 3、4，就直接選 5；選②之學生同選①之學生，但以為 AD 長是 AB 長的一半；選④之學生知道利用三角形面積公式求 CD 長，但公式一邊寫錯，求出 <math>\overline{CD} = \frac{6}{5}</math> 且看錯題目，以為求 CD 長。</li> </ol> |         |     |        |     |     |            |

教學建議：

1. 在勾股定理相關應用解題中，加強連結基礎數學問題的經驗（例如：面積的計算），以及增加多次應用勾股定理進行解題的情境。

| 科別                    | 年級  |     |         |     |        |     |            |
|-----------------------|---|-----|---------|-----|--------|-----|------------|
| 數學                    | 國中二年級   |     |         |     |        |     |            |
| 試題內容                  | <p>若 <math>x^2 - 12x + (k + 7) = 0</math> 的兩個根相等，則 <math>k = ?</math></p> <p>① 5</p> <p>② 17</p> <p>③ 29</p> <p>④ 41</p>  |     |         |     |        |     |            |
| 評量指標                  | 8-a-11 能利用配方法解一元二次方程式。  |     |         |     |        |     |            |
| 認知歷程向度                | 解題思考  |     |         |     |        |     |            |
| IRT 試題參數              | a=1.87  |     | b= 0.40 |     | c=0.26 |     |            |
| 古典理論<br>(CTT)<br>選項分析 | 選 項   | 1   | 2       | 3*  | 4      | 其他  | 通過率： 54.99 |
|                       | 選項率   | .19 | .16     | .55 | .10    | .00 |            |
|                       | 高分組   | .03 | .02     | .94 | .01    | .00 | 鑑別度： 0.81  |
|                       | 低分組   | .34 | .33     | .13 | .20    | .01 |            |
| 試題品質<br>分析與建議         | <p>試題分析：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 高分組的學生已能根據題意應用判別式，並求得判別式中的未知數。</li> <li>2. 低分組的學生不了解兩個根相等的意義，無法適當應用判別式，或求解判別式中的未知數，因此通過率偏低。選①之學生為利用 <math>k+7=12</math>；選②之學生為利用 <math>k+7=24</math>，選④之學生為利用 <math>k+7=48</math>。</li> </ol> <p>教學建議：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 利用配方法求得公式解的過程中，了解判別式的定位及兩根的關係，加強學生理解一元二次方程式根與係數的關係。</li> <li>2. 可教導其利用「再認」（例如：從各種選項中代入數值判斷）的方式判斷，以找出符合正確題意的解答。</li> </ol> |     |         |     |        |     |            |